Парабола

Параболой называется множество точек плоскости, каждая из которых находится на одинаковом расстоянии от данной точки $F\left(\frac{p}{2};0\right)$, называемой фокусом, и от данной прямой BD, называемой директрисой, не проходящей через фокус (рис. 1).

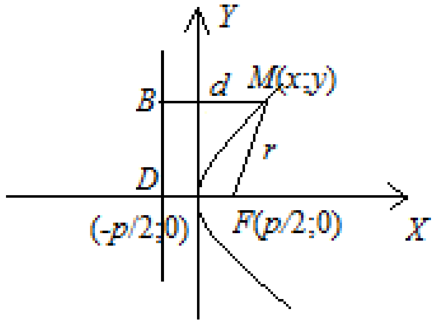

Рис. 1

Пусть если $MB = d$, $MF = r$, $FD = p$, r - фокальный радиус, p – параметр параболы, точка $F\left(\frac{p}{2};0\right)$ – фокус параболы, точка D имеет координаты $D\left(-\frac{p}{2};0\right)$ и принадлежит директрисе параболы $x = -\frac{p}{2}$.

По определению параболы получим: $r = d$.

$$r = \sqrt{\left(x - \frac{p}{2}\right)^2 + y^2};$$

$$y^2 = 2px.$$

Полученное уравнение называется каноническим уравнением параболы. Аналогично можно вывести уравнения вида:

$$y^2 = -2px,\ x^2 = 2py,\ x^2 = -2py.$$

Свойства параболы.

1. Парабола симметрична относительно оси, на которой находятся фокусы (OX).

2. Точка $O(0;0)$ является центром параболы; ось симметрии (OX) является осью параболы.

3. p – параметр параболы, равный расстоянию от фокуса до директрисы ($p > 0$).

Пример. Составить уравнение прямой, которая касается параболы $x^2 = 16y$ и перпендикулярна к прямой $y = 2x + 5.$

Решение. Искомая прямая перпендикулярна данной, следователь-но, ее угловой коэффициент равен -0,5. Тогда искомое уравнение имеет вид: $y = -0{,}5x + b.$ Прямая касается параболы, следовательно, имеет с ней одну общую точку, которую можно определить из системы уравнений:

$$\begin{cases} y = 2x + b; \\ x^2 = 16y. \end{cases}$$

Получим уравнение: $x^2 - 32x - 16b = 0.$

Из условия $32^2 + 4 \cdot 16b = 0,$ получим значение $b = -16.$.

Искомое уравнение имеет вид: $y = -0{,}5x - 16.$

Ответ: $y = -0{,}5x - 16.$